

Cognome..... Nome..... Matricola.....

Istituzioni di Matematiche, C.I. in Scienze Biologiche, Appello Chacho Rodriguez

21 giugno 2021 dott. J. E. Massetti, durata: 120 minuti

E' consentito l'uso di appunti, libri, bianchetto, penna di qualsiasi colore. Non è consentito l'uso di calcolatrice e telefoni, smart o non smart.

## Parte 1

Si risponda ai seguenti quesiti. **Una sola** risposta è corretta. Rispondere correttamente ad almeno 5 dei seguenti quesiti è condizione necessaria per superare la parte scritta.

1) L'equazione  $|\ln x| = -x + 3$

- A. ha un'unica soluzione, positiva ;      B. non ha soluzione;  
C. ha due soluzioni, di segno concorde ;      D. ha un'unica soluzione, negativa.
- 

2) Siano  $a, b \neq 0$  reali positivi. Allora  $\ln a^2 - \ln b^2 =$

- A.  $4 \ln \frac{a}{b}$ ;      B.  $4 \ln \frac{b}{a}$ ;      C.  $2 \ln \frac{a}{b}$ ;      D.  $2 \ln ab$ .
- 

3) Se  $\log_3 x = 1$ , allora

- A.  $x = 0$ ;      B.  $x = 3$ ;      C.  $x = 1$ ;      D. le precedenti sono false.
- 

4) Il coefficiente angolare della retta perpendicolare alla retta di equazione  $2y - 3x + 2 = 0$  è

- A. 3      B. -3      C.  $\frac{3}{2}$       D.  $-\frac{2}{3}$
- 

5)  $(2^5)^3 \cdot (3^3)^5 =$

- A.  $6^{125}$ ;      B.  $23^{15}$ ;      C.  $6^{15}$ ;      D. 90.
- 

6) La parabola di equazione  $y = 3x^2$  passa per il punto di coordinate

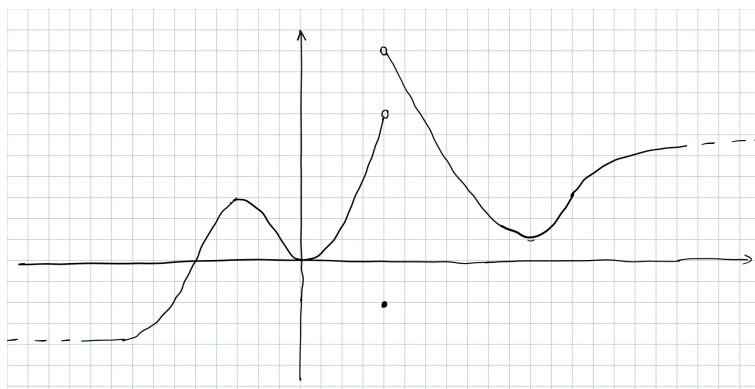
- A. (0, 0)      B. (2, 3)      C. (12, 2)      D. (3, 1)
- 

7) Una sola affermazione delle seguenti è corretta :

- A.  $3 \sin^2 50 + 3 \cos^2 50 = 3$       B.  $|x| = -1$  se  $x \leq 0$       C.  $\frac{1}{x^2+1} = \frac{1}{x^2} + 1$       D.  $\pi = 3, 14$
- 

8)  $a^4 - b^2 =$

- A.  $2(a - b)(a + b)$       B.  $(a^2 - b)(a^2 + b)$   
C.  $a^2(a - b)(a + b)$       D.  $a^4(1 - b)(1 + b)$
-



## Parte 2 (36 punti)

**Esercizio 1. (9 punti)** Sia  $f(x)$  la funzione il cui grafico è rappresentato in figura.

1. Il dominio di definizione di  $f(x)$  è:
2. Determinare l'insieme degli  $x$  tali che  $f(x) \leq 0$ :
3. Determinare l'insieme degli  $x$  tali che  $f'(x) \leq 0$ :
4. Determinare le seguenti immagini di intervalli:

$$f((0, 1)) = \dots\dots \quad f((-\infty, 0)) = \dots\dots$$

5. Determinare le seguenti contro-immagini:

$$f^{-1}(-2) = \dots\dots\dots \quad f^{-1}((-\infty, 0]) = \dots\dots$$

- 6.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \dots \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \dots \quad \lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) = \dots$$

7. Determinare i punti di discontinuità di  $f$  e stabilire se si tratta di discontinuità eliminabile. Giustificare la risposta.

**Esercizio 2. (9 punti)** Partendo dai grafici delle funzioni elementari note, tracciare un grafico qualitativo delle seguenti funzioni

$$f_1(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x - 2), \quad f_2(x) = |x^{-\frac{5}{7}}|, \quad f_3(x) = 3^x + 2$$

**Esercizio 3. (9 punti)** Si calcoli l'integrale definito

$$\int_0^2 x\sqrt{x+3}.$$

**Esercizio 4. (9 punti)** Sia

$$f(x) = -\sqrt{1+5x^2} + \cos(3x)$$

1. Scrivere lo sviluppo di Taylor centrato  $x_0 = 0$  arrestato all'ordine 4 con resto di Peano
2. Sfruttando il risultato al punto 1), stabilire se 0 è un punto critico di  $f(x)$  e determinarne la sua natura
3. Qual è il valore di  $f^{(5)}(0)$ ?
4. Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) + 7x^2}{x^4}$$