

Cognome..... Nome..... Matricola.....

Istituzioni di Matematiche, C.l. in Scienze Biologiche, Appello Karl Malone

16 febbraio 2021 dott. J. E. Massetti, durata: 120 minuti

E' consentito l'uso di appunti, libri, bianchetto, penna di qualsiasi colore. Non è consentito l'uso di calcolatrice e telefoni, smart o non smart.

Parte 1

Si risponda ai seguenti quesiti. **Una sola** risposta è corretta. Rispondere correttamente ad almeno 5 dei seguenti quesiti è condizione necessaria per superare la parte scritta.

1) L'equazione $2^x = -x$

- A. Ha due soluzioni discordi ; B. ha un'unica soluzione, positiva;
C. non ha alcuna soluzione ; D. Ha un'unica soluzione, negativa.
-

2) Quale dei seguenti valori è nell'insieme delle soluzioni della disequazione

$$x\sqrt{-x} + |x| > 0 :$$

- A. 0 ; B. $-\frac{1}{4}$; C. $x = 1$; D. 4
-

3) Il dominio di definizione di $\sqrt[6]{x^2 - 4}$ è

- A. $\forall x \in \mathbb{R}$; B. $\forall x \neq \pm 2$; C. $x > 2$; D. $x \leq -2 \vee x \geq 2$.
-

4) Quale delle seguenti affermazioni è falsa:

- A. L'equazione $|x - 4| > -3$ è sempre verificata; B. $|x| = |-x|$;
C. Se $|x - 6| = 4$ allora $x = \pm 2$; D. $|x^2 - 2x| + |x - 1|^3 = 1$ per $x = 1$.
-

5) $(2^5)^3 =$

- A. 2^{125} ; B. 10^3 ; C. 2^{15} ; D. 30.
-

6) Quale delle seguenti rette è perpendicolare a $4x - 3y - 2 = 0$

- A. $-8x + 6y - 1 = 0$; B. $4y - 3x + 5 = 0$;
C. $4x + 3y = 0$; D. $8y + 6x - 1 = 0$.
-

7) Se $\log_a 3 = 7$ allora

- A. $a = \sqrt[7]{3}$; B. $a = \sqrt[3]{7}$; C. $a = 3^7$; D. $a = 7^3$.
-

8) Paolo e Francesca, spinti dal soffio della bufera infernal, compiono 3 giri completi del Secondo Cerchio in 6 minuti. Quanti giri completi compiono se l'orribile vento alita per 1 ora?

- A. 120; B. 30; C. $\frac{2}{3}$; D. 180.
-

Parte 2 (15 punti)

Rispondere ai seguenti quesiti.

Per la risposta multipla **Una sola** risposta è quella corretta ed è inteso il seguente punteggio.

Risposta giusta: 3 punti, Risposta sbagliata: -1 punto, Risposta non data: 0 punti.

La risposta secca "... " non comporta penalità in caso di errore.

1) Sia $f : [2, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ definita come $f(x) = \ln(2x)$. Per quale valore x_0 è soddisfatta la tesi del teorema di Lagrange?

- A. $\frac{\ln(\frac{5}{2})}{3}$; B. $\frac{3}{\ln(\frac{5}{2})}$; C. $\frac{6}{\ln(\frac{5}{2})}$; D. $\frac{3}{\ln(\frac{2}{5})}$;
-

2) Sia $f(x) = x^2 \sin x - \ln(1 + x^2)$. Allora $x = 0$ è punto di

- A. max locale B. min locale C. flesso D. discontinuità

(si suggerisce di usare la formula di Taylor)

3) La media integrale sull'intervallo $[1, 3]$ della funzione $f(x) = x^2 e^x$ vale

- A. $5e^3 - e$ B. $10e^3 - 2e$ C. $\frac{5e^3 - e}{2}$ D. $\frac{e - 5e^3}{2}$
-

4) (3 + 3 punti)

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln(n^5 + e^{5n^2})}{n^2 + \sqrt{n}} = \dots \qquad \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x^3 + 3^x + 3 \ln x}{x^\pi + \pi^x + \pi \ln x} = \dots$$

Parte 3 (17 punti)

Risolvere i seguenti due esercizi.

1)(8 punti) Sia data la funzione

$$f(x) = \frac{x - 1}{x^2 - 2x + 2}.$$

1. Determinare il dominio, il segno e i limiti agli estremi del dominio
2. Determinare gli eventuali punti di massimo/minimo
3. Tracciare un grafico qualitativo
4. Calcolare l'area della regione di piano delimitata dal grafico della funzione, $y = 0$, $x = 0$ e $x = 2$.

(Suggerimento: trattandosi di "area", si faccia attenzione a suddividere correttamente l'intervallo di integrazione)

Breve svolgimento:

2) (9 punti) Sia $f(x)$ la funzione il cui grafico è rappresentato in figura.

• Il dominio è:

• Determinare le seguenti immagini: $f((-5, -4))$ $f((3, +\infty))$

• Determinare le seguenti controimmagini: $f^{-1}(0)$ $f^{-1}((0, 2))$

•

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) =$$

• Determinare i punti di max e min locale

• Disegnare i grafici di $|f(x)|$ e $f(|x|)$

